

РАЗДЕЛ ДВЕНАДЦАТЫЙ.

Ответы, указания, решения

Тексты школьных олимпиад (4 раздел)

5 класс

Вариант 1

1. 3.

2.	$\begin{array}{r} + 321 \\ \underline{11} \\ 332 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 321 \\ \underline{11} \\ + 321 \\ \underline{321} \\ 3531 \end{array}$	$A = 3$
			$B = 2$
			$V = 1$
			$\Gamma = 5$

3. Из трех чисел как минимум два являются одинаковой четности, значит, их сумма будет делиться на 2.

4. $a = 13 \cdot 17 + 12 = 233$

5. Точки A и B могут лежать по одну или по разные стороны от точки O .

Рассмотрим первый случай: A и B лежат по одну сторону от точки O (см. рис. 26).

1) $a < b$.

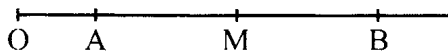


Рис. 26

Тогда $AB = OB - OA = b - a$,

$$OM = OB - MB = b - \frac{1}{2}(b - a) = \frac{1}{2}(b + a).$$

2) $a > b$, тогда A и B меняются местами и

$$AB = OA - OB = a - b,$$

$$\begin{aligned} OM &= OA - MA = a - \frac{1}{2}(a - b) = \\ &= \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}(a + b). \end{aligned}$$

3) $a = b$, тогда точки A и B совпадут и $OM = OA = a = b$.

Рассмотрим второй случай: точки A и B лежат по разные стороны от точки O (см. рис. 27).

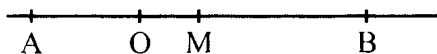


Рис. 27

Рассуждая аналогично, получаем:

$$OM = \frac{1}{2}(b - a), \text{ если } b > a,$$

$$OM = \frac{1}{2}(a - b), \text{ если } b < a,$$

$$OM = 0, \text{ если } b = a.$$

6. Надо вычеркнуть 100 цифр, причем оставить как можно больше цифр «9» впереди. Тогда до первой цифры «9» вычеркнем 8 цифр, до второй — 19, до третьей — 19, до четвертой — 19, до пятой — 19.

Таким образом, мы вычеркнем $19 \cdot 4 + 8 = 84$ цифры. Осталось вычеркнуть еще 16 цифр, а именно цифры чисел 50, 51, 52 ... 56 (14 цифр) и дважды цифру 5 у чисел 57 и 58.

Всего, таким образом, вычеркнули 100 цифр. Получили число: 99999785960.

Вариант 2

1. 58.

2. 45 рублей, так как распилов надо сделать 9.

3. В сутках 24 часа, поэтому $100 \text{ ч.} = 4 \cdot 24 \text{ ч.} + 4 \text{ ч.} = 4 \text{ сут.} + 4 \text{ ч.}$ Тогда, парусник вернется в пятницу в 16 ч.

4. См. рис. 28.

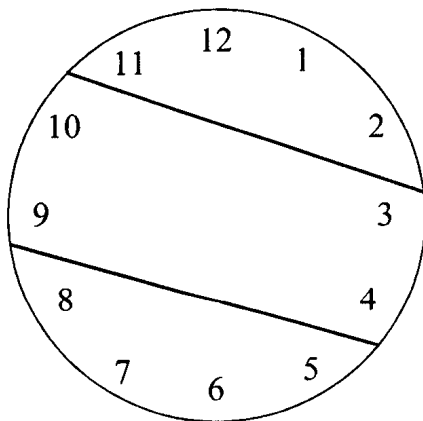


Рис. 28

4. Для решения задачи применим графы (см. рис. 30)

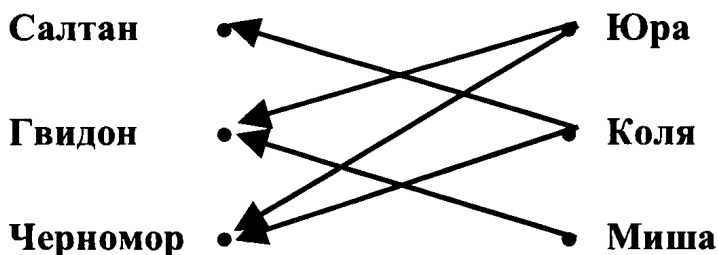


Рис. 30

Так как к Салтану идет лишь одна стрелка, то Коля будет играть Салтана. Тогда Коля не будет Черномором, а значит, Черномором будет Юра и Миша — Гвидоном.

5. $6 \cdot 12 \cdot 18 = 1536$ (см³) — объем параллелепипеда. При постановке кубиков объемом 1 см^3 друг на друга, получим вышку высотой $15 \text{ м } 36 \text{ см}$. Так как лестница всего длиной 3 м , то рост мальчика с вытянутой рукой должен быть $15 \text{ м } 36 \text{ см} - 3 \text{ м} = 12 \text{ м } 36 \text{ см}$, что не может быть.

Вариант 4

1. 9999999 — наибольшее и 1000000 — наименьшее.
2. 5 щенят и 12 утят.
3. 38 рублей.
4. 1) Наполняем семилитровый сосуд, переливаем из него 5 л в пятилитровый, затем 5 л выливаем, а оставшиеся 2 л в семилитровом сосуде выливаем вновь в пятилитровый сосуд.

2) Снова наполняем семилитровый сосуд, отливаем из него 3 л в пятилитровый сосуд. Тогда в семилитровом остается 4 л. Выливаем все из пятилитрового сосуда и выливаем в него 4 л из семилитрового сосуда.

3) Наполняем вновь семилитровый сосуд, отливаем из него 1 л в пятилитровый сосуд. Таким образом, в семилитровом сосуде получаем 6 л.

5. См. рис. 31.

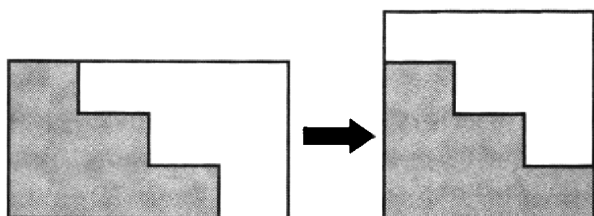


Рис. 30

Вариант 5

$$1. \quad 101101 \cdot 999 - 101 \cdot 999999 = \\ = 101 \cdot 1001 \cdot 999 - 101 \cdot 999 \cdot 1001 = 0.$$

2. На первый грузовик поместить 3 полных бочки, 1 наполненную наполовину, 3 пустых бочки; на второй грузовик — 3 полных, 1 наполненную наполовину и 3 пустых бочки; на третий грузовик — 1 полную, 5 наполненных наполовину, 1 пустую.

3. Изобразим таблицу набранных очков соответственно при верных 20, 19 и т.д. вопросах:

Верных ответов	20	19	18	17	16	15	14	13	12
Набрано очков	240	218	196	174	152	130	108	86	64

Из таблицы видно, что ученик ответил верно на 13 вопросов. Можно было заметить закономерность, что каждый раз число набранных очков уменьшается на 22.

Ответ: 13.

4. Площадью по 1 кв. ед. будет 9 прямоугольников; 12 — с площадью по 2 кв. ед.; 6 прямоугольников — по 3 кв. ед.; 4 прямоугольника имеют площадь по 4 кв. ед.; 4 прямоугольника имеют площадь по 6 кв. ед. и 1—9 кв. ед.

Ответ: 36 прямоугольников.

5. В произведении содержится 5 «пятерок»: по одной дают разложения 10, 15 и 20 на простые множители; а $25 = 5 \cdot 5$. Произведение каждой «пятерки» на чётный множитель даёт нуль, поэтому произведение оканчивается 5 нулями.

Ответ: 5 нулей.

Вариант 6

1. $x = 20$.

2. Внучке 7 лет, дедушке 84 года.

3. Используем таблицу.

Номер мешка \ Содержимое мешка	Вермишель	Крупа	Сахар
1		—	+
2	—	+	
3	+	—	—

Так как в первом мешке не крупа, то ставим в соответствующей клетке «—». Аналогично, во второй строке ставим «—» — против вермишели. Так как в третьем мешке — не крупа и не сахар, то ставим «минусы» в столбцах с надписями «крупа» и «сахар». Тогда из таб-

лицы получаем, что в третьем мешке — вермишель, во втором — крупа (крупы нет в 1 и 3 мешках), значит сахар — в 1 мешке.

Ответ: В мешке с надписью «крупа» находится сахар, с надписью «вермишель» — крупа, с надписью «крупа или сахар» — вермишель.

4. Да, возможный вариант изображен на рис. 32.

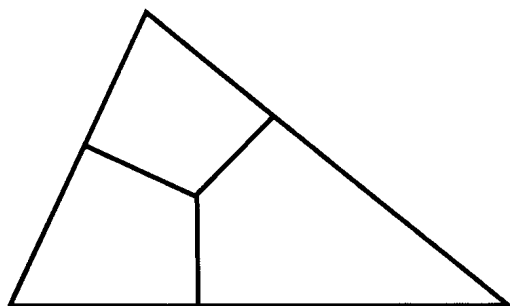


Рис. 32

5. $10 = 1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6$. Разместим «5» в центре. Тогда возможный вариант может быть такой (см. рис. 33).

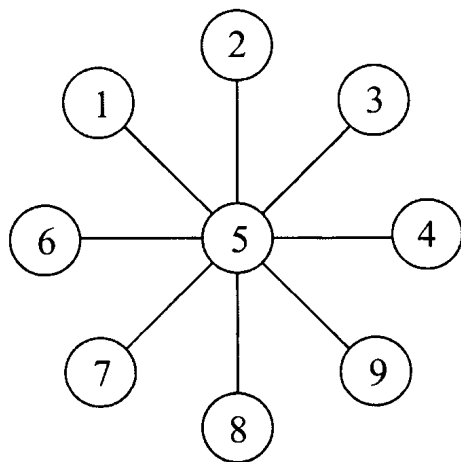


Рис. 33

Вариант 7

1. См. рис. 34.

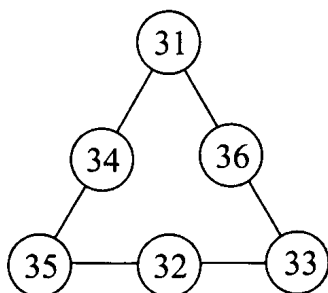


Рис. 34

2. Одна чашка и одно блюдо вместе стоят 25 рублей, поэтому 4 чашки и 4 блюда будут стоить 100 рублей. Так как по условию задачи 4 чашки и 3 блюда стоят 88 рублей, то одно блюдо стоит 12 рублей. Тогда одна чашка будет стоить $(25 - 12)$ руб. = 13 руб.

Ответ: цена чашки 13 рублей, цена блюда 12 рублей.

3. Если бы все поросята встали на задние ноги, то на земле оказалось бы $30 \cdot 2$ ног. Тогда вверху будет $84 - 60 = 24$ (ноги). Так как каждый поросенок вверх поднял по две ноги, то поросят будет $24 : 2 = 12$. Тогда гусей будет $30 - 12 = 18$.

Ответ: 12 поросят и 18 гусей.

4. См. рис. 35.

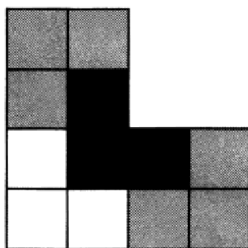


Рис. 35

5. Золушка взяла зернышко из мешка с надписью «смесь»; так как ни одна табличка не соответствовала содержимому мешка, то там был мак или просо. Если взятое Золушкой зернышко — мак, то в мешке с надписью «смесь» — мак. Тогда в мешке с надписью «мак» — просо, а в мешке с надписью «просо» — смесь.

Аналогично, если взятое зернышко — просо, то в мешке с надписью «смесь» — просо. Тогда в мешке с надписью «мак» — смесь, а в мешке с надписью «просо» — мак.

6. Разделим 9 монет на три кучки по 3 монеты. Произведем *первое* взвешивание: положим 2 кучки по 3 монеты на каждую чашку весов. Возможны 2 случая:

- а) весы находятся в равновесии, тогда на весах находятся настоящие монеты; фальшивая монета находится среди тех монет, которые не взвешивались;
- б) равновесия на весах нет, тогда фальшивая монета среди тех монет, где кучка легче.

Определив, таким образом, кучку с фальшивой монетой, выполним с ней *второе* взвешивание. Возьмем из трех монет любые две и положим их на чашки весов.

Снова возможны 2 случая:

- а) весы находятся в равновесии, тогда фальшивая монета оставшаяся;
- б) равновесия нет, в этом случае фальшивая монета там, где вес меньше.

7. Напишем искомую сумму дважды:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 109 + 110 + 111.$$

$$S = 111 + 110 + 109 + \dots + 3 + 2 + 1.$$

Сложим почленно:

$$2S = (1 + 111) + (2 + 110) + \dots + \\ + (110 + 2) + (111 + 1) = 112 \cdot 111.$$

Тогда $S = 112 \cdot 111 : 2 = 6216$.

Вариант 8

1. 10, 25, 40.

2. $600 : 6 = 100$ (г) — съест Малыш за 1 минуту

$6 : 2 = 3$ (мин.) — за такое время Карлсон съест все варенье

$600 : 3 = 200$ (г) — съест варенья Карлсон за 1 минуту

$100 + 200 = 300$ (г) — могут съесть вместе варенья Малыш и Карлсон

$600 : 300 = 2$ (мин) — за такое время съедят варенье вместе Малыш и Карлсон.

Ответ: 2 мин.

3. $x = 3$ или $x = 4$.

4. См. рис. 36.

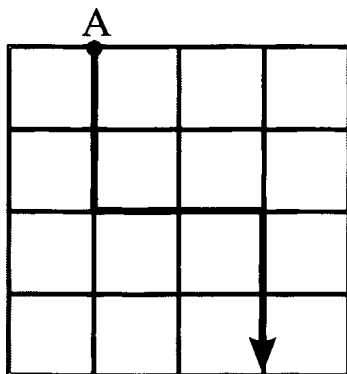


Рис. 36

5. С помощью трехлитровой банки нальем 6 л воды в ведро. Еще раз нальем 3 л воды в банку и наполним семи-

литровое ведро доверху. Тогда в банке останется 2 л воды, которую выльем в кастрюлю. Добавим к ним 3 л воды с помощью банки, получим всего 5 л воды. Возможны и другие варианты решения.

$$\begin{array}{r} 6. \qquad \qquad \times 315 \\ \qquad \qquad \quad \underline{41} \\ \qquad \qquad \quad + 315 \\ \qquad \qquad \quad \underline{1260} \\ \qquad \qquad 12915 \end{array}$$

7. Молоко в кувшине, лимонад в бутылке, квас в банке, вода в стакане.

Вариант 9

1. Так как посажено 10 кустов, то промежутков между ними будет 9. Поэтому расстояние между соседними кустами будет $90 : 9 = 10$ (дм).

2. $x = 9a - 8$

3. Велосипедист прошел пешком $\frac{1}{3}$ пути, то есть в 2 раза меньше, чем проехал на велосипеде. Времени же затратил вдвое больше. Поэтому он ехал в 4 раза быстрее, чем шел.

4. $1 \cdot (2 + 3) \cdot 4 \cdot 5 = 100$.

5. При разрезании каждого листа на 3 части число листов увеличивается на 2. Добавилось: $15 - 9 = 6$ (листов). Значит, $6 : 2 = 3$ (листа) бумаги разрезали.

6. На первые девять страниц потребуется 9 цифр, на каждые следующие 90 страниц надо по 2 цифры на каж-

дую страницу, а значит надо $2 \cdot 90$ цифр. Пусть в книге x страниц, тогда страниц с тремя цифрами будет $x - 99$, а цифр на них — $3 \cdot (x - 99)$. Получаем уравнение: $9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot (x - 99) = 1392$. Решая его, получаем $x = 500$.

Ответ: В книге 500 страниц.

Вариант 10

1. 4. Проверка:

$$4 \cdot 4 + 5 = 21.$$

2. В сутках 24 ч, из них Стрекоза спала $24 : 2 = 12$ (ч), танцевала $24 : 3 = 8$ (ч), пела $24 : 6 = 4$ (ч). Всего на эти дела она потратила $12 + 8 + 4 = 24$ (ч), поэтому на подготовку к зиме времени у нее не осталось.

$$\begin{aligned} 3. \quad & 26 \cdot 25 - 25 \cdot 24 + 24 \cdot 23 - 23 \cdot 22 + \\ & + 22 \cdot 21 - 21 \cdot 20 + 20 \cdot 19 - 19 \cdot 18 + \\ & + 18 \cdot 17 - 17 \cdot 16 + 16 \cdot 15 - 15 \cdot 14 = \\ = & 25 \cdot (26 - 24) + 23 \cdot (24 - 22) + 21 \cdot (22 - 20) + \\ & + 19 \cdot (20 - 18) + 17 \cdot (18 - 16) + 15 \cdot (16 - 14) = \\ & = 2 \cdot (25 + 23 + 21 + 19 + 17 + 15) = \\ & = 2 \cdot (40 + 40 + 40) = \\ & = 2 \cdot 120 = 240. \end{aligned}$$

$$4. \quad 7243 \cdot 29 = 210047.$$

5. Так как девочка ходит в детский сад, то Боре не 5 лет. Так как Аня старше Бори, то Ане 13 или 15 лет. Но сумма лет Ани и Веры делится на 3, поэтому Ане 13 лет, тогда Вере 5 лет. Тогда, так как Аня старше Бори, то Боре 8 лет. Гале остается 15 лет.

Ответ: Вере 5 лет, Боре 8 лет, Ане 13 лет, Гале 15 лет.

6. $100 - 10 = 90$ (чел.) — знали немецкий или французский языки;

$90 - 75 = 15$ (чел.) — не знали немецкого языка;

$90 - 83 = 7$ (чел.) — не знали французского языка;

$90 - (15 + 7) = 68$ (чел.) — знали и французский и немецкий языки.

Ответ: 68 туристов знали и французский и немецкий языки.

Вариант 11

1. Можно решить устно: перенести 3 в правую часть и получить 30, затем поделить обе части на 30 и получить в числителе 7. Так как числитель равен знаменателю, то $x - 3 = 7$, откуда находим $x = 10$.

2. Площадь фигуры равна 131.

3. Возможны 2 варианта параллелепипеда, построенного из 18 кубиков высотой 3 кубика: $3 \cdot 3 \cdot 2$ и $3 \cdot 6 \cdot 1$. Площадь поверхности данных параллелепипедов будет равна 42 и 54 площадей 1 грани. Учитывая, что площадь грани равна $\frac{19}{6}$ см², получим площадь поверхности: 133 см² и 171 см².

4. Так как вычитаемое и разность в сумме дают уменьшаемое, то два уменьшаемых будут равны 26, а, значит, уменьшаемое будет равно 13.

Вариант 12

1. Так как 3 ученика делают за 3 минуты 3 самолетика, то за 9 минут они сделают 9 самолетиков.

Ответ: 3 ученика.

2. Так как масса всей рыбы будет равна

$$(1900 + 100) \cdot 9 + 1000 = 19000 \text{ (г)},$$

то каждому рыбаку должно достаться по 1900 г. Значит, разделить рыбу можно следующим образом: 1900 г; 100 г и 1800 г; ... 900 г и 1000 г.

3. Сумма возрастов всех футболистов была равна $11 \cdot 22 = 242$, а после удаления стала $10 \cdot 21 = 210$. Значит, возраст удаленного футболиста 32 года.

4. Обозначим за x и y — соответственно первоначальное число посетителей и новую цену билета. Тогда, после снижения цены, посетителей будет $1,5x$, а сбор денег $1,5xy$. Так как первоначально денег собрали $150x$, а сбор увеличился на 25 %, то получаем уравнение $1,5xy - 150x = 0,25 \cdot 150x$. Решая его, находим $y = 125$ руб., то есть цену снизили на 25 руб.

5. Задача имеет много решений, например:

4, -5, 4, -5, 4; 5, -6; 5; -6; 5 и т. д.

Вариант 13

1. 48 лет и 4 года.

2. Возможный вариант показан на рис. 37.

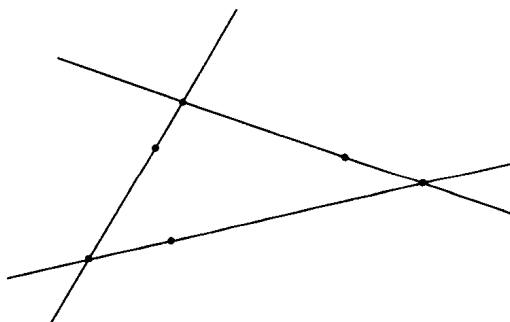


Рис. 37

3. Второй охотник съел столько каши, сколько положил крупы, поэтому третий охотник от него ничего не получил. Поэтому все патроны надо отдать первому охотнику.

4. В первом круге число слов должно делиться на 4, во втором — на 3, а в последнем — на 2. Наименьшее число, делящееся на 2; 3; 4 будет 12. Значит, наименьшее число слов в считалке будет равно 12.

6 класс

Вариант 1

1. $x = -2,6$

2. $-4 \leq x \leq -3; -1 \leq y \leq 5.$

3. Число делится на 36, если оно делится и на 4 и на 9. Так как сумма цифр 5, 2, 2 равна 9, то сумма двух недостающих цифр должна равняться 0, 9 или 18. Учитывая, что число должно делиться на 4, а предпоследняя цифра равна 2, то последняя цифра может быть лишь 0 или 4 или 8. Тогда ответ будет: 52524, 52128, 52020, 52920.

4. $600 \cdot 40: 100 = 240$ (г) — содержится соли в 600 г жидкости;

$240: 12 \cdot 100 = 2000$ (г) — будет 12 % -й жидкости;

$2000 - 600 = 1400$ (г) — воды надо добавить.

Ответ: 1400 г.

5. Так как скорость ученика не может превышать 10 км/ч, то время на дорогу будет не менее $\frac{1}{10}$ часа, то есть не менее 6 мин. Поэтому ответ может быть таким: ученик придет в школу не раньше 8 часов 6 минут. Воз-

можны и другие варианты ответа. Например, ученик придет в школу между 8 ч. 6 мин. и 8 ч. 20 мин.

6. Так как Аня не проигрывала мальчикам в шахматы, то она — лучший шахматист. Так как художник не нарисовал своего портрета, а нарисовал портрет Игоря, то Игорь — лучший математик, а Олег — лучший художник.

Ответ: Олег — лучший художник, Аня — лучший шахматист, Игорь — лучший математик.

Вариант 2

$$\begin{array}{r} 1. \qquad \qquad 59,27 \\ \qquad \qquad + 44,45 \\ \qquad \qquad \underline{78,43} \\ \qquad \qquad 182,15 \end{array}$$

2. $55 : 5 + 5 = 16$

3. $x = \pm 0,7$.

4. Обозначим число гусей в одном хлеве за x , а число козлят за y , тогда учитывая, что ног в одном хлеве должно быть 10, получим уравнение:

$$2x + 4y = 10.$$

Из данного уравнения имеем, что число козлят может быть только 1 или 2, соответственно гусей будет 3 или 1. Тогда размещение будет такое: в двух хлевах будет по 1 козленку и 3 гусям, в трех хлевах — по 2 козленка и 1 гусю.

5. Необходимо вынуть шарик из ящика с надписью «черный или белый». Если вынутый шарик окажется

белым, значит в этом ящике 2 белых, в ящике с надписью «2 белых» будет 2 черных, а с надписью «2 черных» будут черный и белый. Аналогично рассуждаем, если вынутый шарик — черный.

Вариант 3

1. $x = 5$.

2. Числа $\frac{8}{9}$ и 1 представим в виде дробей со знаменателем, кратным 15. Тогда

$$\frac{8}{9} = \frac{40}{45}, 1 = \frac{45}{45}.$$

Между числами $\frac{8}{9}$ и 1 лежат дроби $\frac{41}{45}, \frac{42}{45}, \frac{43}{45}, \frac{44}{45}$. Условию удовлетворяет лишь

$$\frac{42}{45} = \frac{14}{15}.$$

Ответ: $\frac{14}{15}$.

3. $\frac{VI}{IX} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

4. Так как после зачеркивания получается наибольшее число с суммой цифр 13, то вторая и третья цифры равны 9 и 4. Так как первая цифра больше последней в 4 раза и все цифры различны, то первая цифра будет 8, а последняя — 2. В результате получаем число 8942.

Ответ: старику Хоттабычу 8942 года.

5. Решается с помощью уравнения:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x$$

Ответ: 28 учеников.

Вариант 4

1. $x = -2 \frac{1}{3}$.

2.

$$\begin{array}{r} 785 \\ \times 121 \\ \hline 785 \\ 1570 \\ 785 \\ \hline 94985 \end{array}$$

3. $550 - 55 = 495$ (руб.) — стала цена в итоге.

4. Так как число после приписывания двух цифр должно делиться на 15, значит, оно будет делиться на 3 и на 5. По признаку делимости на 5 последняя цифра в числе может быть лишь 0 или 5. Используя признак делимости на 3, получим, что первая цифра может быть 3, 6, 9 (если последняя цифра — 0) или 1, 4, 7 (если последняя цифра — 5). Тогда ответом будут числа: 1155, 3150, 4155, 6150, 7155, 9150.

5. Так как Володя учится в 6 классе, а Герасимов в 5 классе, то Володя не Герасимов. Так как отец Иванова — учитель, отец Володи — инженер, то Володя — не Иванов. Тогда Володя — Семенов, Миша — Иванов, а Петя — Герасимов.

Можно для наглядности применить графы или таблицы.

Вариант 5

1. Возможный вариант указан на рис. 38.

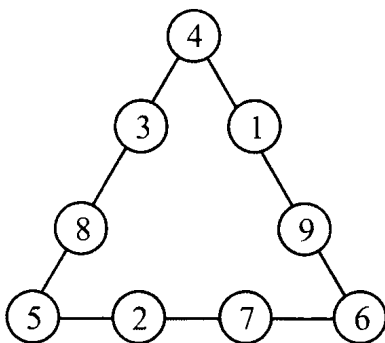


Рис. 38

2. Возможный вариант:

$$\begin{aligned}
 25 - \frac{3}{7} \cdot 7 + \left(12 \frac{23}{25} - 4 \frac{2}{5}\right) \cdot 25 + 125 \cdot 357 \cdot 0,008 &= \\
 = 25 - 3 + 8 \frac{13}{25} \cdot 25 + 357 &= \\
 = 25 - 3 + 8 \cdot 25 + 13 + 357 &= \\
 = 22 + 200 + 370 = 592. &
 \end{aligned}$$

3. $x = 7$ или $x = 1$.

4. Пусть x — число страниц, которое было в книге. В первый день прочитали $(0,2x + 16)$ страниц; осталось прочитать во второй и третий дни $(0,8x - 16)$ страниц; во второй день прочитали $(0,3(0,8x - 16) + 20) = (0,24x + 15,2)$ страниц; в третий день осталось $(0,56x - 31,2)$ страниц. Так как в третий день прочитали $0,75$ остатка и еще 30 книг, то остаток будет составлять 120 страниц. В итоге получаем уравнение: $0,56x - 31,2 = 120$, откуда находим $x = 270$.

Ответ: 270 страниц.

5. Так как второе и третье сообщения ложны, то A является третьей планетой, а B — не второй, поэтому B — первая планета от звезды. Тогда B будет второй планетой, на которой живут инопланетяне.

Вариант 6

1. 46,2.

2. $x = 10$ или $x = -4$.

3. Обозначим соответственно первую, вторую и третью цифру числа за a, b, c . Тогда число можно записать

$$\begin{aligned} 100000a + 10000b + 1000c + 100a + 10b + c &= \\ &= 100100a + 10010b + 1001c = \\ &= 1001(100a + 10b + c) = \\ &= 7 \cdot 11 \cdot 13(100a + 10b + c). \end{aligned}$$

4.
$$\begin{array}{r} 8126 \\ + 8126 \\ \hline 16252 \end{array}$$

Данное число делится на 7, на 11, на 13.

5. Для доказательства составим таблицу зависимости числа набранных очков от числа решенных задач.

Число решенных задач	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Число набранных очков	20	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{4}$	11	8	5	2	0	0	0

Из таблицы видно, что существует всего 8 различных возможностей получения очков. А так как учеников было 9, то, по крайней мере, два из них получили одинаковое количество очков.

Вариант 7

1. + 3930

3980

7910

2. $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$

Ответ: $\frac{1}{64}$.

3. В первом городе взыскали с купца $\frac{5}{6}$ имущества, значит, осталось $\frac{1}{6}$ всего имущества. Во втором городе

взыскали $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$ имущества, значит, осталось $\frac{1}{6} -$

$\frac{5}{36} = \frac{1}{36}$ имущества. Аналогично рассуждая, получим,

что после третьего города у купца останется $\frac{1}{216}$ часть

имущества. Так как это имущество стоит 1000 денежных единиц, то всего имущества было на 21 600 денежных единиц.

Ответ: 21 600.

4. Найдем дополнения каждой дроби до 1 и сравним

их. $1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$, $1 - \frac{10}{11} = \frac{1}{11}$, $1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$,

$1 - \frac{12}{13} = \frac{1}{13}$. Так как $\frac{1}{10} > \frac{1}{11} > \frac{1}{12} > \frac{1}{13}$, то

$\frac{9}{10} < \frac{10}{11} < \frac{11}{12} < \frac{12}{13}$.

Ответ: $\frac{12}{13}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{9}{10}$.

5. Число различных денежных сумм, которые можно составить из менее чем 1000 дукатов, меньше 1000, то есть меньше числа пиратов. Поэтому у 2 пиратов будет одинаковое число дукатов.

6. Сумма 2 чисел будет четной, если они оба четные или оба нечетные. Сумма 2 чисел будет нечетной, если одно из них будет четное, а другое — нечетное. Допустим, что сумма любых 2 соседних чисел нечетна, тогда четные и нечетные числа должны чередоваться. Значит, общее число чисел будет четным, а по условию чисел 2005 — нечетно. Значит, допущение сделано неверно и на самом деле найдутся 2 числа, сумма которых будет четна.

Вариант 8

1. 17 кг.

2.

	× 14286
	<u>14286</u>
	85716
	114288
+	28572
	57144
	<u>14286</u>
	204089796

3. Так как Наташа в зеленых туфлях, а Валя не в белых, то Валя в синих туфлях. Значит, Аня в белых туфлях. Так как цвет платья и туфель у Ани совпадает, то Аня в белом платье. Так как у остальных девочек цвет платья и туфель не совпадает, то Валя в зеленом платье, а Наташа — в синем.

Ответ: Аня в белом платье и белых туфлях, Валя в зеленом платье и синих туфлях, Наташа в синем платье и зеленых туфлях.

4. $35 - 10 = 25$ (учеников) — посещают кружки,
 $25 - 20 = 5$ (учеников) — посещает лишь экологический кружок,

$11 - 5 = 6$ (учеников) — посещают оба кружка.

Ответ: 6 экологов увлекаются математикой.

5. Допустим, что во всех классах не менее 35 учеников, тогда во всей школе будет не менее чем $35 \cdot 33 = 1155$ (учеников), что противоречит условию задачи. Значит, в школе найдется класс, в котором менее, чем 35 учеников.

Вариант 9

1. Так как в один конец Дима пешком тратит на 20 минут больше, чем на велосипеде, то в оба конца он потратит пешком больше на 40 минут. Значит, всего на путь туда и обратно пешком он потратит 1 час.

2. Возможный вариант показан на рис. 39.

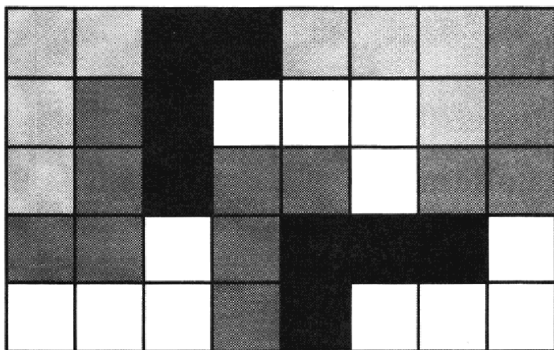


Рис. 39

3. Так как каждая грань большего кубика в 9 раз больше грани маленького, то и краски понадобится в 9 раз больше, то есть 18 грамм.

4. Решение лучше найти подбором. Пусть Маша за все покупки заплатила по 13 рублей, тогда покупок она сделала 18, и 5 рублей осталось ($239 = 13 \cdot 18 + 5$). Но 5 рублей остаться не может, так как разность в стоимости 1 блокнота и 1 тетради составляет 2 рубля. Денег должно остаться четное число. Значит, надо сделать 17 покупок, а 18 рублей доплатить за 9 блокнотов. Тогда тетрадей будет 8, а блокнотов — 9. Других решений не будет, так как следующее четное число после 18 будет 34. Оно получается при 15 покупках, а так как $34 : 2 = 17$, то получается противоречие.

Вариант 10

1. Так как знаменатель второй дроби в 20 раз больше знаменателя первой дроби, то корень уравнения можно найти устно:

$$x = 12,3 \cdot 20 + 4 = 250.$$

2. Разложив 3232 на множители, получим:

$$3232 = 32 \cdot 101 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 101.$$

Так как все двойки должны быть в одном числе, то эти числа будут 32 и 101. Так как наименьшее кратное двух взаимно простых чисел будет равно их произведению, то оно будет равно 3232.

3. Из уравнения $13,5x = 12,5y$ следует, что $x < y$, если x и y — положительные числа; $x = y$, если $x = 0$ и $y = 0$; $x > y$, если x и y — отрицательные числа.