| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | -1 | 2 | 0,5 | 5280 | 21 |
| **B7** | **B8** | **B9** | **B10** | **B11** | **B12** |
| 625 | 1 | 45 | 6000 | -5 | 10 |

**C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{2\sin^2 x + 3\sin x + 1}{\sqrt{-y}} = 0, \\ y = -\cos x. \end{cases}$$

Решение.

Из уравнения $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ находим: $\sin x = -\dfrac{1}{2}$ или $\sin x = -1$.

1) Пусть $\sin x = -\dfrac{1}{2}$, тогда либо $x = -\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n$ $n \in \mathbb{Z}$, и $y = -\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} < 0$,

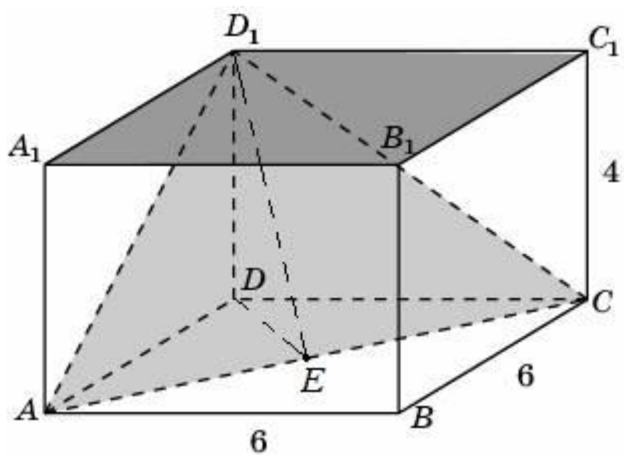
либо $x = -\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ и $y = -\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} > 0$ — не дает решения.

2) Пусть $\sin x = -1$, тогда $y = -\cos x = 0$ — не дает решения.

Ответ: $x = -\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

| Содержание критерия | Балл |
|---|---|
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже. | 0 |
| Получен ответ, возможно, неверный, но только из-за того, что в решении не учтено, что знаменатель дроби существует и отличен от нуля. | 1 |
| Обоснованно получен правильный ответ. | 2 |

**C2** В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями $ACD_1$ и $A_1B_1C_1$.



Решение.

Вместо плоскости $A_1B_1C_1$ возьмем параллельную ей плоскость $ABC$. Пусть $E$ – середина $AC$. $D_1E \perp AC$, $DE \perp AC$. Значит, угол $DED_1$ — линейный угол искомого угла. Из прямоугольного треугольника $D_1DE$ находим: $\operatorname{tg}\angle DED_1 = \frac{DD_1}{DE} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

| Содержание критерия | Балл |
|---|---|
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже. | 0 |
| Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено. | 1 |
| Обоснованно получен правильный ответ. | 2 |

**C3** Решите неравенство

$$\left(x+\frac{4}{x}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2-8x+16}-1}{\sqrt{6-x}-1}\right)^2 \geq 5\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2-8x+16}-1}{\sqrt{6-x}-1}\right)^2.$$

Решение.

Решение неравенства ищем при условиях: $\begin{cases} x \neq 0, \\ 6-x \geq 0 \\ 6-x \neq 1 \end{cases}$ откуда $\begin{cases} x \leq 6, \\ x \neq 0, \\ x \neq 5. \end{cases}$

Рассмотрим два случая:

1) $\sqrt{x^2-8x+16} = 1$, т.е. $|x-4| = 1$ и, значит, $x = 3$ или $x = 5$.

Значит, $x = 3$ — решение задачи.

2) $\sqrt{x^2-8x+16} \neq 1$. Разделив обе части неравенства на $\left(\frac{\sqrt{x^2-8x+16}-1}{\sqrt{6-x}-1}\right)^2$, получим: $x+\frac{4}{x} \geq 5$, откуда $\frac{(x-1)(x-4)}{x} \geq 0$. Решим это неравенство:

$0 < x \leq 1,\ \ x \geq 4$.

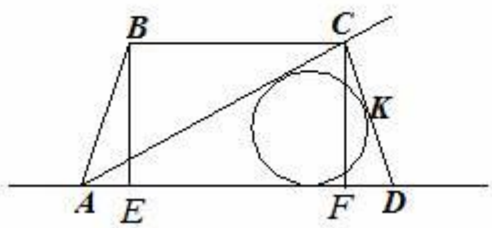
С учетом ограничений получаем: $0 < x \leq 1,\ x = 3,\ 4 \leq x < 5,\ 5 < x \leq 6$.

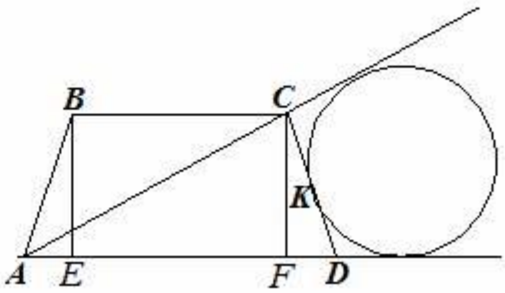
Ответ: $0 < x \leq 1,\ x = 3,\ 4 \leq x < 5,\ 5 < x \leq 6$.

| Содержание критерия | Балл |
|---|---|
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже. | 0 |
| Решение содержит верные преобразования, но в ответе либо потеряны верные промежутки, либо приобретены лишние промежутки. | 1 |
| Ответ или отличается от верного конечным числом точек, или при правильном рассуждении неверен из-за арифметической ошибки. | 2 |
| Обоснованно получен правильный ответ. | 3 |

**C4** Дана трапеция *ABCD*, основания которой $BC = 44$, $AD = 100$, $AB = CD = 35$. Окружность, касающаяся прямых *AD* и *AC*, касается стороны *CD* в точке *K*. Найдите длину отрезка *CK*.

Решение.




Найдем диагональ $AC$. Опустим из вершин *B* и *C* на сторону *AD* перпендикуляры *BE* и *CF* соответственно. *AE* = *FD*, так как трапеция равнобедренная. *BCFE* – прямоугольник.

$$AE = \frac{100-44}{2} = 28,\; BE = \sqrt{35^2 - 28^2} = 21,$$

$$AC = \sqrt{AF^2 + CF^2} = \sqrt{72^2 + 21^2} = 75.$$

Возможны две геометрические конфигурации.

Первый случай: окружность вписана в треугольник *ACD*.

$$CK = \frac{AC + CD - AD}{2} = \frac{75 + 35 - 100}{2} = 5.$$

Второй вариант: окружность касается продолжений сторон *AC* и *AD* за точками *C* и *D* соответственно и отрезка *CD*.

$$CK = \frac{AD + CD - AC}{2} = \frac{100 + 35 - 75}{2} = 30.$$

Ответ: 5 или 30.

| Содержание критерия | Балл |
|---|---|
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже. | 0 |
| Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки. | 1 |
| Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины. | 2 |
| Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен правильный ответ. | 3 |

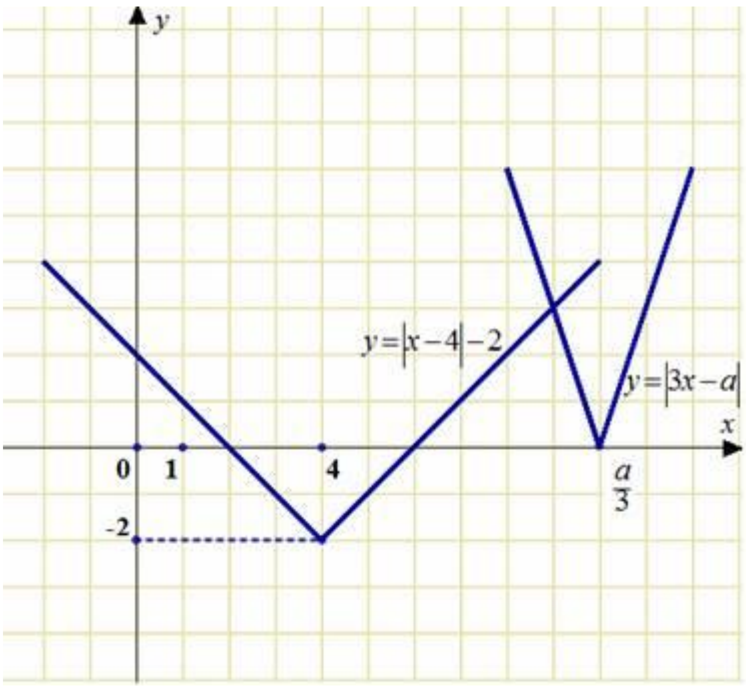
**C5** Найдите все значения $a$, при каждом из которых решения неравенства $|3x-a|+2 \le |x-4|$ образуют отрезок длины 1.

Решение.

Перенесем двойку:

$|3x-a| \le |x-4|-2$.

Построим схематично графики функций $y=|3x-a|$ и $y=|x-4|-2$.




На рисунке видно, что неравенство имеет решения только при $\frac{a}{3} \le 2$ или $\frac{a}{3} \ge 6$.

1) $\begin{cases} a \le 6 \\ |3x - a| \le -x + 2; \end{cases}$ $\begin{cases} a \le 6, \\ 3x - a \le -x + 2, \\ 3x - a \ge x - 2; \end{cases}$ $\begin{cases} a \le 6, \\ x \le \dfrac{a+2}{4}, \\ x \ge \dfrac{a-2}{2}. \end{cases}$

Решения образуют отрезок длины 1, если $\dfrac{a+2}{4} - \dfrac{a-2}{2} = 1$, откуда $a = 2$.

2) $\begin{cases} a \ge 18, \\ |3x - a| \le x - 6; \end{cases}$ $\begin{cases} a \ge 18, \\ 3x - a \le x - 6, \\ 3x - a \ge -x + 6; \end{cases}$ $\begin{cases} a \ge 18, \\ x \le \dfrac{a-6}{2}, \\ x \ge \dfrac{a+6}{4}. \end{cases}$

Решения образуют отрезок длины 1, если $\dfrac{a-6}{2} - \dfrac{a+6}{4} = 1$, откуда $a = 22$.

Ответ: $a = 2$, $a = 22$.

| Содержание критерия | Балл |
|---|---|
| Все ситуации, отличные от описанных ниже. | 0 |
| Ответ, возможно, отсутствует или неверен, но в решении с помощью верного рассуждения найдены некоторые из искомых значений параметра. | 1 |
| Ответ, возможно, отсутствует или неверен, но в решении с помощью верного рассуждения найдено хотя бы один верный интервал значений параметра. | 2 |
| Либо получен верный ответ, но при его обосновании допущены ошибки, либо обоснованно получен ответ, отличный от верного только из-за потери (приобретения) одного–двух искомых значений параметра. | 3 |
| Обоснованно получен верный ответ. | 4 |

**С6** Найдите все пары целых чисел $(x, y)$, удовлетворяющие системе:

$$\begin{cases} 2x^2+2y^2+24x-28y+167<0, \\ x+2y<\dfrac{15}{2}. \end{cases}$$

Решение.

Выделяя полные квадраты, получаем:

$$\begin{cases} (x+6)^2+(y-7)^2<\dfrac{3}{2}=\left(\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)^2, \\ x+2y<\dfrac{15}{2}, \\ x, y\in\mathbb{Z}. \end{cases}$$

Первое неравенство имеет пять пар решений:
$(-6; 7)$, $(-5; 7)$, $(-6; 8)$, $(-7; 7)$, $(-6; 6)$.

Второму условию системы удовлетворяют только четвёртая и пятая пары.

Ответ: $(-7;\ 7)$, $(-6;\ 6)$.

| Содержание критерия | Балл |
|---|---|
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| Решения ищутся прямым перебором с ошибками. Ответ отсутствует или неверен. | 1 |
| Ответ неверен, однако есть попытка провести перебор с использованием геометрических или аналитических соображений. | 2 |
| Ответ неверен из-за арифметической ошибки, но правильно обозначена идея перебора основанная на выделении полного квадрата. | 3 |
| Обоснованно получен правильный ответ. | 4 |