

<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>B5</b>	<b>B6</b>
11	23	-4	24	150	12
<b>B7</b>	<b>B8</b>	<b>B9</b>	<b>B10</b>	<b>B11</b>	<b>B12</b>
192	0,6	45	6,25	6	40

**C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{\sqrt{y}} = 0, \\ y - \cos x = 0. \end{cases}$$

Решение.

Из уравнения  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$  находим:  $\sin x = \frac{1}{2}$  или  $\sin x = 1$ .

1) Пусть  $\sin x = \frac{1}{2}$ , тогда либо  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ , и  $y = \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$ ,

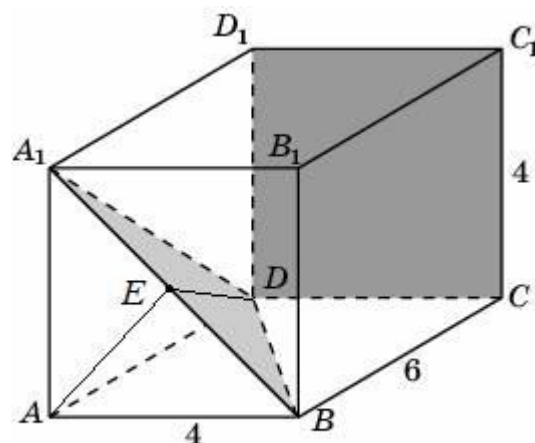
либо  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$  и  $y = \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} < 0$  — не дает решения.

2) Пусть  $\sin x = 1$ , тогда  $y = \cos x = 0$  — не дает решения.

Ответ:  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Содержание критерия	Балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Получен ответ, возможно, неверный, но только из-за того, что в решении не учтено, что знаменатель дроби существует и отличен от нуля.	1
Обоснованно получен правильный ответ.	2

**C2** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 4, BC = 6, CC_1 = 4$ , найдите тангенс угла между плоскостями  $CDD_1$  и  $BDA_1$ .



Решение.

Вместо плоскости  $CDD_1$  возьмем параллельную ей плоскость  $ABB_1$ . Пусть  $E$  — середина  $BA_1$ .  $DE \perp BA_1$ ,  $AE \perp BA_1$ . Значит, угол  $DEA$  — линейный угол искомого угла. Из прямоугольного треугольника  $DAE$

$$\text{находим: } \operatorname{tg} \angle DEA = \frac{AD}{AE} = \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Содержание критерия	Балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Обоснованно получен правильный ответ.	2

**С3** Решите неравенство

$$\left(x + \frac{3}{x}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5-x} - 1}\right)^2 \geq 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5-x} - 1}\right)^2.$$

Решение.

$$\text{Решение неравенства ищем при условиях: } \begin{cases} x \neq 0, \\ 5-x \geq 0, \\ 5-x \neq 1 \end{cases} \text{ откуда } \begin{cases} x \leq 5, \\ x \neq 0, \\ x \neq 4. \end{cases}$$

Рассмотрим два случая:

$$1) \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1, \text{ т.е. } |x-3|=1 \text{ и, значит, } x=2 \text{ или } x=4.$$

Значит,  $x=2$  — решение задачи.

$$2) \sqrt{x^2 - 6x + 9} \neq 1. \text{ Разделив обе части неравенства на } \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5-x} - 1}\right)^2,$$

$$\text{получим: } x + \frac{3}{x} \geq 4, \text{ откуда } \frac{(x-1)(x-3)}{x} \geq 0. \text{ Решим это неравенство:}$$

$$0 < x \leq 1, \quad x \geq 3.$$

С учетом ограничений получаем:  $0 < x \leq 1, x = 2, 3 \leq x < 4, 4 < x \leq 5.$

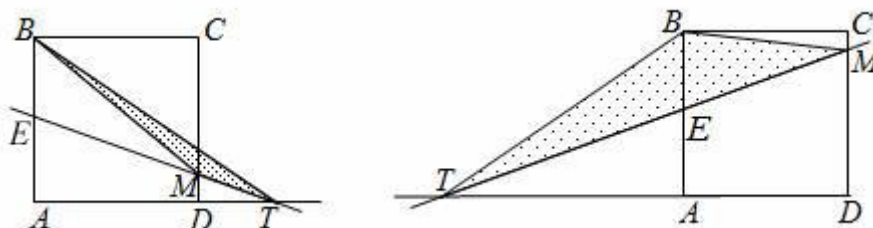
Ответ:  $0 < x \leq 1, x = 2, 3 \leq x < 4, 4 < x \leq 5.$

Содержание критерия	Балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Решение содержит верные преобразования, но в ответе либо потеряны верные промежутки, либо приобретены лишние промежутки.	1
Ответ или отличается от верного конечным числом точек, или при правильном рассуждении неверен из-за арифметической ошибки.	2
Обоснованно получен правильный ответ.	3

**C4**

Через середину стороны  $AB$  квадрата  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая прямые  $CD$  и  $AD$  в точках  $M$  и  $T$  соответственно и образующая с прямой  $AB$  угол  $\alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ . Найдите площадь треугольника  $BMT$ , если сторона квадрата  $ABCD$  равна 4.

Решение.



Рассмотрим два случая (см. рис. 1 и рис. 2):

$$\begin{aligned}
 1) S_{\triangle BMT} &= S_{\triangle BTE} - S_{\triangle BME} = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot AT - \frac{1}{2} \cdot BE \cdot AD = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot BE \cdot (AE \cdot \operatorname{tg} \alpha - AD) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (2 \cdot 3 - 4) = 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) S_{\triangle BMT} &= S_{\triangle BTE} + S_{\triangle BME} = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot AT + \frac{1}{2} \cdot BE \cdot AD = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot BE \cdot (AE \cdot \operatorname{tg} \alpha + AD) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (2 \cdot 3 + 4) = 10.
 \end{aligned}$$

Ответ: 2 или 10.

Содержание критерия	Балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен правильный ответ.	3

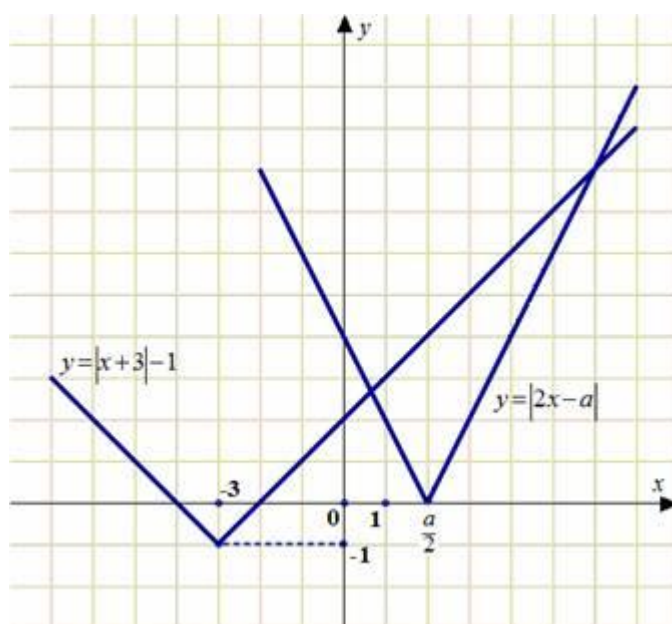
**C5**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых решения неравенства  $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$  образуют отрезок длины 1.

Решение.

Перенесем единицу:  $|2x - a| \leq |x + 3| - 1$ .

Построим схематично графики функций  $y = |2x - a|$  и  $y = |x + 3| - 1$ .



На рисунке видно, что неравенство имеет решения только при  $\frac{a}{2} \leq -4$

или  $\frac{a}{2} \geq -2$ .

$$1) \begin{cases} a \leq -8, \\ |2x - a| \leq -x - 4; \end{cases} \begin{cases} a \leq -8, \\ 2x - a \leq -x - 4, \\ 2x - a \geq x + 4; \end{cases} \begin{cases} a \leq -8, \\ x \leq \frac{a - 4}{3}, \\ x \geq a + 4. \end{cases}$$

Решения образуют отрезок длины 1, если  $\frac{a-4}{3} - (a+4) = 1$ , откуда  $a = -\frac{19}{2}$ .

$$2) \begin{cases} a \geq -4, \\ |2x - a| \leq x + 2; \end{cases} \begin{cases} a \geq -4, \\ 2x - a \leq x + 2, \\ 2x - a \geq -x - 2; \end{cases} \begin{cases} a \geq -4, \\ x \leq a + 2, \\ x \geq \frac{a-2}{3}. \end{cases}$$

Решения образуют отрезок длины 1, если  $a + 2 - \frac{a-2}{3} = 1$ , откуда  $a = -\frac{5}{2}$ .

Ответ:  $a = -\frac{5}{2}, a = -\frac{19}{2}$ .

Содержание критерия	Балл
Все ситуации, отличные от описанных ниже.	0
Ответ, возможно, отсутствует или неверен, но в решении с помощью верного рассуждения найдены промежутки, содержащие правильные значения параметра.	1
Ответ неверен, но в решении представлена правильная графическая интерпретация или правильная аналитика.	2
Либо получен верный ответ, но при его обосновании допущены ошибки, либо обоснованно получен ответ, отличный от верного только из-за потери одного из значений параметра.	3
Обоснованно получен верный ответ.	4

**С6** Найдите все пары  $(x; y)$  целых чисел, удовлетворяющие системе неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 18x - 20y - 166, \\ 32x - y^2 > x^2 + 12y + 271. \end{cases}$$

Решение.

Выделяя полные квадраты, получаем:

$$\begin{cases} (x-9)^2 + (y+10)^2 < 15, \\ (x-16)^2 + (y+6)^2 < 21, \\ x, y \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Из первого и второго неравенств системы:

$$\begin{cases} (x-9)^2 < 15, \\ (x-16)^2 < 21; \end{cases} \begin{cases} 6 \leq x \leq 12, \\ 12 \leq x \leq 20; \end{cases} \quad x = 12.$$

Подставляя  $x = 12$  в систему, получаем:

$$\begin{cases} (y+10)^2 < 6, \\ (y+6)^2 < 5, \\ y \in \mathbb{Z}; \end{cases} \begin{cases} -2 \leq y+10 \leq 2, \\ -2 \leq y+6 \leq 2, \\ y \in \mathbb{Z}; \end{cases} \begin{cases} -12 \leq y \leq -8, \\ -8 \leq y \leq -4, \\ y \in \mathbb{Z}; \end{cases} \quad y = -8.$$

Ответ:  $(12; -8)$ .

Содержание критерия	Балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Решения ищутся прямым перебором с ошибками. Ответ отсутствует или неверен.	1
Ответ неверен, однако есть попытка провести перебор с использованием геометрических или аналитических соображений.	2
Ответ неверен из-за арифметической ошибки, но правильно обозначена идея перебора основанная на выделении полного квадрата.	3
Обоснованно получен правильный ответ.	4